

Муниципальное общеобразовательное бюджетное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа «Янинский центр образования»

Проектная работа
«Необычный лист Мёбиуса»
предмет Математика
2024-25 уч.г.

Руководитель
Федорова С.В.
учитель математики

Работу выполнили
Абумислимова Хадиджа Ареновна,
Плескушкина Анастасия Артемовна
6.5 класс

Янино
2024 год

Проект «Необычный лист Мёбиуса»



В процессе работы над исследовательским **проектом по математике на тему " Необычный лист Мёбиуса "** авторами была поставлена цель определить закономерности и свойства ленты.

В данной работе представлен результат исследования свойств листа Мёбиуса.

В ходе выполнения работы был создан лист Мёбиуса и выполнены ряд экспериментов над ним. Результаты экспериментов были проанализированы и сделаны выводы об замечательных свойствах листа Мёбиуса.

В результате изучения и анализа различных источников информации обучающейся было собрано большое количество материала о применении листа Мёбиуса в различных сферах: науке и искусстве, в быту и в технике.

У данной исследовательской работы есть перспективы, так как с лентой Мёбиуса можно провести еще много различных экспериментов, которые помогут выявить еще различные свойства, которые применяются в практической деятельности человека.

Содержание:

1. Введение
2. Биография Августа Фердинанда Мёбиуса.
3. Открытие ленты Мёбиуса.
4. Описание ленты Мёбиуса.
5. Эксперименты с лентой.
6. Применение ленты Мёбиуса.

7. Заключение
8. Список используемой литературы.

1. Введение.

Где начало того конца, которым оканчивается начало.

Козьма Прутков

На одном из уроков математики учитель нам поведал о таком удивительном открытии, как лист Мёбиуса (по-другому можно назвать «Лента»). Нам хватило услышать лишь несколько слов, чтобы заинтересоваться. После этого, мы начали изучать различные сайты в интернете, посвящённые этой теме. А потом пришла идея написать работу по этой теме и поделиться своими знаниями и открытиями с окружающими.

Актуальность заключается в том, что в наше время актуально изучение различных необычных фигур и их свойств и неожиданных, нестандартных применений. Нам хотелось рассказать об удивительной поверхности, которая имеет одну сторону и относится к «математическим неожиданностям». Несмотря на то, что лист Мёбиуса был открыт в XIX веке, он был актуален и в XX веке. Интерес к листу не угас и в наши дни. Удивительные свойства ленты Мёбиуса используются в технике, физике, живописи, архитектуре, оформлении ювелирных изделий, бижутерии и даже в кулинарии. Он вдохновляет на творчество многих художников и писателей. Чем больше мы читала и изучали лист Мёбиуса, тем загадочнее для нас он становился.

В процессе работы над проектом изучили литературу, изготовили лист Мёбиуса и проводили исследования, изучая его «волшебные» свойства.

Проблема исследования:

Как изменяется лист Мёбиуса при определённом количестве надрезов.

Цель работы: исследовать поверхность листа Мёбиуса, его свойства и области применения листа Мёбиуса.

Для достижения цели поставлены следующие **задачи**:

- Рассмотреть различные разделы геометрии (планиметрия, стереометрия и топология), познакомиться с понятием «топология».
- Познакомиться с биографией Августа Фердинанда Мёбиуса и с историей его интересного открытия.
- Изучить процесс изготовления листа (ленты) Мёбиуса и описать его. Изготовить листа Мёбиуса.
- Изучить и исследовать свойства листа Мёбиуса.
- Установить и описать области применения листа Мёбиуса.
- Создать презентацию-представление исследования.

Объект исследования: лист Мёбиуса как модель односторонней поверхности.

Предмет исследования: свойства листа Мёбиуса.

Гипотеза исследования. Лист Мёбиуса обладает неожиданными свойствами.

Вид проекта. Информационно-исследовательский.

Этапы исследования

- Планирование исследовательской работы.
- Эксперимент и исследование
- Вывод.

2. Биография Августа Фердинанда Мёбиуса

Август Фердинанд Мёбиус (1790-1868) – немецкий математик, механик и астроном-теоретик). Родился на территории княжеской школы Шульпфорта, близ Наумбурга. Отец умер, когда мальчику было всего три года. Начальное образование Мёбиус получил дома и сразу высказал интерес к математике. С 1803 по 1809 годы учился в гимназии-интернате Шульпфорта, затем поступил в Лейпцигский университет. Первые полгода, в соответствии с рекомендациями семьи, он изучал право, но затем принял окончательное

решение посвятить жизнь математике и астрономии. В 1858 году, в возрасте 68 лет Мёбиусу удалось сделать открытие поразительной красоты.

3. Открытие ленты Мёбиуса.

Этому открытию способствовала служанка, неправильно сшившая концы ленты.

... На улице шел дождь. Вид из окна навевал тоску. В кресле сидел мужчина. Мысли у него были разные, но ничего особенного не приходило на ум. На пороге появилась любимая жена. Она была разгневана, что для мирного дома Мёбиусов было невероятно. Жена категорически требовала уволить служанку, которая неправильно сшила ленту. Хмуро разглядывая ленту, профессор воскликнул «Ай да, Марта! Девочка не так уж и глупа. Ведь это же односторонняя кольцевая поверхность. У ленточки нет изнанки!» Мёбиус сделал открытие – получил поверхность, которая имеет лишь одну сторону. (до него считалось, что любая поверхность имеет две стороны).

В дальнейшем, Мёбиус послал в Парижскую академию наук работу, включавшую сведения об этом листе. Семь лет он дожидался ответа и, не дождавшись, опубликовал ее результаты. В связи с этим, он стал знаменит как изобретатель листа Мёбиуса.

Когда открыли лист Мёбиуса тогда появилась наука топология

Топология как наука

Топология — это раздел математики, который изучает свойства тел и поверхностей пространства, которые не изменяются при деформации, например, растяжении, сжатии или изгибе. Единственное, к чему не должна приводить деформация — это к разрыву. Топологам приходится изображать множество странных объектов. Одним из наиболее известных является лента Мебиуса. Как говорит Р. Курант: «Топология, самая юная и самая мощная ветвь геометрии, наглядно демонстрирует плодотворное влияние противоречий между интуицией и логикой». В наше время эта наука бурно

развивается и находит применение в различных областях. Однако ей не уделяется должного внимания в школьном курсе геометрии. Лист Мёбиуса - один из объектов области математики под названием "топология" (по-другому - "геометрия положения").

4. Описание ленты Мёбиуса.



Лист Мебиуса относится к числу математических неожиданностей. Чтобы изготовить лист Мебиуса, возьмём бумажную ленту ABCD. Прикладываем ее концы АВ и CD друг другу и склеиваем. Но не как попало, а так, чтобы точка А совпала с точкой С, а точка В с точкой D. Перед склейкой перекручиваем ленту один раз (на 180°). Получилось знаменитое в математике бумажное кольцо.

5. Эксперименты с лентой.



Вот так выглядит обычный лист Мёбиуса.

Лист Мёбиуса — это односторонняя поверхность с краем. Попастъ из одной точки этой поверхности в любую другую можно не пересекая края.

Проведем опыты с обычным кольцом из бумаги и листом Мёбиуса.

- **1. Закрасим полностью только одну сторону колец.**



Обычное кольцо - только одна сторона закрашена, а другая нет.

Лист Мёбиуса - Весь лист целиком закрашен.

Вывод: Вся поверхность ленты Мебиуса покрашена полностью. Лист оказался закрашенным полностью, а ведь мы его даже не переворачивали. Даже если бы хотели повернуть, то не смогли бы, потому что лист Мебиуса имеет только одну сторону. Лист Мёбиуса – односторонняя поверхность, которая непрерывна.

- **2. Разрежем кольца вдоль пополам, по линии параллельной краям**



Обычное кольцо – получилось два кольца.

Лист Мебиуса – получилось одно большое перекрученное кольцо в виде восьмерки.

- **3. Окрасим только одну сторону перекрученного кольца.**



В результате только одна сторона кольца и окрасилась.

Вывод: при подобном разрезании лист Мёбиуса утрачивает свои свойства.

- **4. Разрежем кольца вдоль от края на $\frac{1}{3}$ ширины кольца**



Обычное кольцо – получилось два кольца разной ширины.

Лента Мёбиуса – получились два перекрученные сцепленные между собой кольца: диаметр первого кольца в два раза больше диаметра второго.

В ходе четвертого опыта мы проведем следующее: на двух кольцах, полученных в результате разрезания ленты Мёбиуса, отметим точку и проведем линию, не прерываясь.



Линия будет непрерывной только на одной стороне большого кольца. Это кольцо не является листом Мёбиуса.

На втором, меньшем кольце линия будет непрерывной по всей поверхности. Таким образом, это лист Мёбиуса.

Вывод: при подобном разрезании лист Мёбиуса не распадается на две отдельные части, а остается связным. Но при разрезании он теряет свое свойство односторонности.

- **5. Закрасим непрерывной линией только один край колец**



Обычное кольцо – закрашен только край кольца, второй край не закрашен.

Лента Мёбиуса – линия края получилась непрерывно закрашенной на всём кольце.

Вывод: у листа Мебиуса не только одна сторона, но и один край.

Результаты экспериментов.

- Лист Мёбиуса имеет одну сторону (поверхность) (1).
- Лист Мёбиуса имеет один край (5).
- Если пустить по поверхности листа Мёбиуса движущиеся объекты, они будут двигаться бесконечно долго, т.е. поверхность непрерывна (1).
- Листу Мёбиуса присуще свойство – связность (4).
- Лист Мёбиуса, как и любая топологическая фигура, не меняет своих свойств, пока её не разрезают, не разрывают, или не склеивают его отдельные куски (3, 5).

6. Применение ленты Мёбиуса.

Лента Мёбиуса – вовсе не абстрактная фигура, нужная лишь для целей математики, она нашла применение и в реальной повседневной жизни.

- **лист Мёбиуса в искусстве**

Лист Мёбиуса — это удивительная поверхность, которая привлекает к себе не только математиков, но и любителей искусства. Лента Мебиуса – широкое поле для Вдохновения.



Работа голландского художника. М. К. Эшера «лист Мёбиуса II» (1963 г.)

Если вы проследите путь муравьев, то увидите, что муравьи ползут не по противоположным поверхностям ленты, а по одной и той же.



Скульптура составлена из множества консервных банок



Более 100 лет используется для показа различных фокусов и развлечений, в цирке.

- **лист Мёбиуса в спорте**



В частности, в лыжном спорте, где спортсмены выполняют фигуру высшего пилотажа — петлю с разворотом в форме ленты Мёбиуса.



Тропа Мёбиуса на **ВДНХ**

- **лист Мёбиуса в архитектуре**

В Москве на станции метро «Фрунзенская» напротив кинотеатра «Горизонт» в 1997 году был установлен памятник «Листа Мёбиуса». Авторами памятника являются скульптор Налич А.З., архитектор Иванченко О.Н. и строитель Федорков Г.Л. На постаменте философская надпись: «Разные токи зрения на один предмет»



В Москве

А также памятники «Лист Мёбиуса» не только в России, но и в других странах.



В Минске



В Латвии



Библиотека в Казахстане

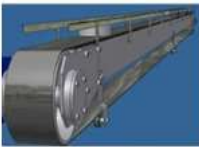


В Германии



Автобусная остановка в Испании

- лист Мёбиуса в технике



Конвейерная лента из ленты Мёбиуса может служить в два раза дольше, чем традиционная конвейерная лента, поскольку она изнашивается равномерно с обеих сторон.



Шлифовальная лента. В 1969 году советский изобретатель А. Губайдуллин получил авторское свидетельство на шлифовальное устройство с лентой Мёбиуса.



В аэропорту лента передвигает чемоданы из багажного отделения.



В метро ручка эскалатора – это лента Мёбиуса, это позволяет равномерно изнашиваться и продлевать срок действия резины.



Кинолента



Благодаря ленте Мёбиуса были созданы кассеты для магнитофона, которые давали возможность слушать их с двух сторон, не переворачивая.



Подшипник



Матричный принтер

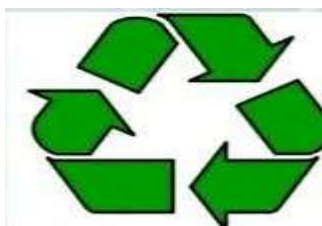


Автомобиль Toyota MOB



Американские горки

- **лист Мёбиуса в экологии**



Международный символ переработки

- лист Мёбиуса в медицине (ДНК)



Есть предположение, что спираль ДНК сама по себе является фрагментом листа Мёбиуса. С

Также существовала гипотеза, которую выдвинул советский цитолог Навашин, что форма кольцевой хромосомы по строению аналогична ленте Мебиуса.

- лист Мёбиуса в ювелирных украшениях, одежде и обуви и мебели



- лист Мёбиуса в быту



Диван



Миксер



Бетономешалка

Лопасты обычного бытового миксера и бетономешалки выполнены в виде ленты Мёбиуса.

- **лист Мёбиуса в науке**

Физики-теоретики пришли к выводу, что наша Вселенная, вполне вероятно, замкнута в ленту Мёбиуса. Согласно теории относительности - космический корабль все время летящий прямо, может вернуться к месту старта. Это подтверждает неограниченность и конечность Вселенной.



Пока это всего лишь гипотезы, у которых есть как сторонники, так и противники. Кто знает, к какому открытию подведет ученых, казалось бы, такой простой объект, как Лента Мебиуса.

Выводы:

В результате проведенных исследований наша гипотеза о необычности свойств подтвердилась.

1. Лист Мёбиуса можно получить простым способом.
2. Лист Мёбиуса действительно удивительный. В этом мы действительно убедились, проводя эксперименты с листом Мёбиуса и обычным кольцом.
3. Свойства листа разнообразны. Они получены в результате экспериментов и были сравнимы со свойствами, описанными в математической литературе.

4. Лента используется в самых различных изобретениях и отраслях.

• 7. Заключение

Практическая значимость проекта заключается в том, что мы сумели получить интересный математический материал. В ходе работы создали мультимедийную презентацию, в которую включены иллюстративные материалы о листе Мёбиуса. Результаты своих экспериментов мы представила сначала своим одноклассникам, а потом на школьном фестивале исследовательских проектов. Наша работа интересна любителям математики для расширения кругозора, ее можно использовать на внеклассных мероприятиях по математике.

Выполняя работу по изучению листа, узнали биографические сведения учёного, а также историю уникального открытия.

Главная ценность листа Мёбиуса состоит в том, что он дал толчок новым математическим исследованиям. Именно поэтому его часто считают символом современной математики и изображают на различных эмблемах.

Перспективы исследования. С листом Мёбиуса можно проводить еще много различных экспериментов. Мы узнали лишь некоторые свойства листа и обязательно вернемся к этому вопросу и проведем еще не один эксперимент с удивительным листом Мёбиуса и планируем найти еще не исследованные сферы применения листа.

• 8. Список литературы

1. Горохова Л.И. «Уроки математики». Современная школа, Москва, «Глобус», 2009.
2. Депман И.Я. «За страницами учебника математики». Москва, «Просвещение», 1989.
3. Леонова О.А. Введение в топологию «Лист Мёбиуса».
4. Я познаю мир: Детская энциклопедия: Математика / Авт. –

сост. А.П. Савин и др. - М.: АСТ, 2007.

5. Гарднер М. «*Математические чудеса и тайны*»- «Наука» 1978 г.

6. Смирнова Е.С. «*Курс наглядной геометрии*» 6 класс. - «Просвещение» 2002 г.

Интернет-ресурсы

1. <https://kalkpro.ru/interesting-facts/lenta-mebiusa/>

2. <https://econet.ru/articles/67911-lenta-mebiusa-zagadka-sovremennosti>

3. Википедия.