Проект учеников 7 «В» класса

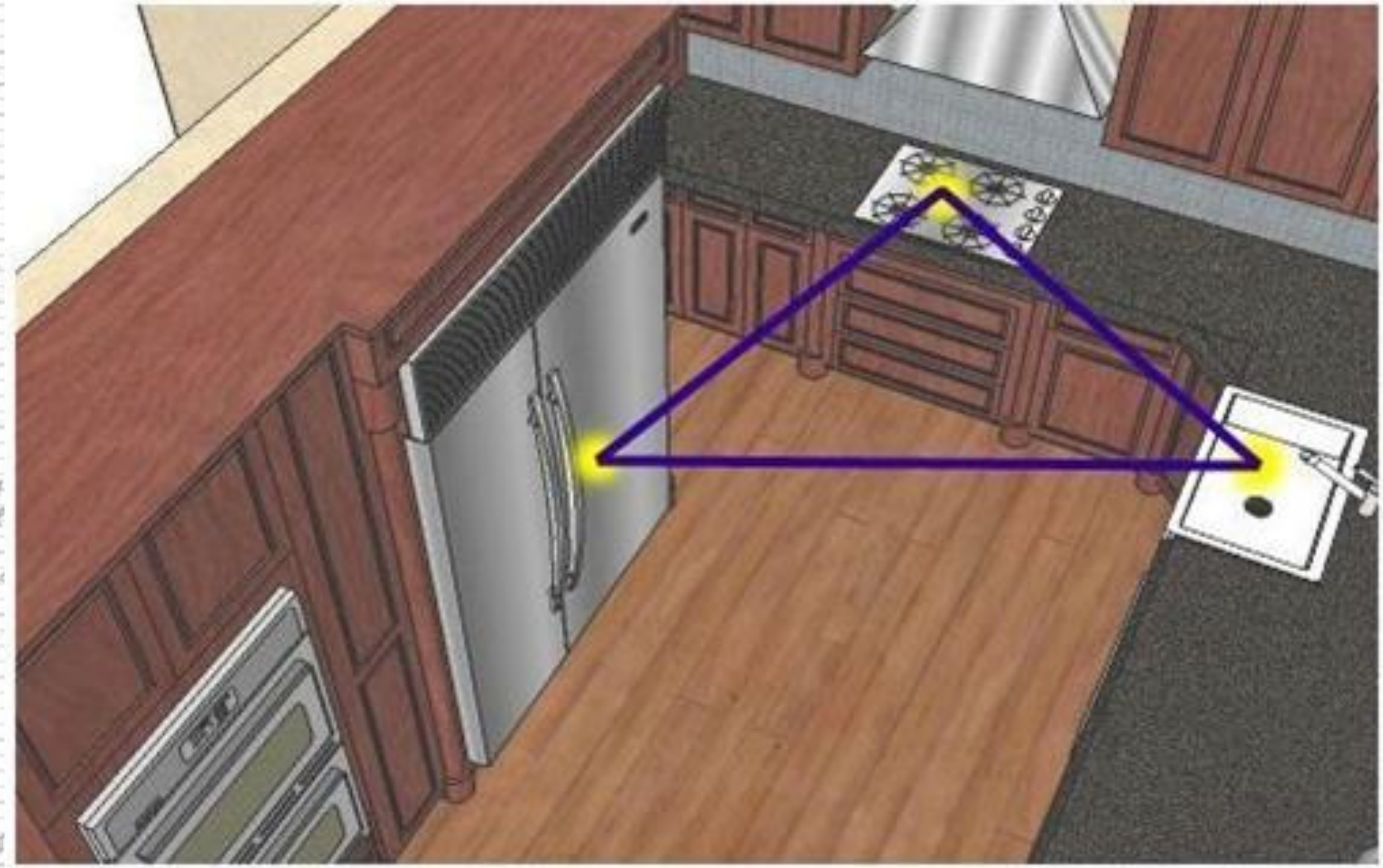
«Дополнительные признаки равенства треугольников»

Выполнили работу:

Тян Тимур, Новикова Ульяна, Мартыненко Дарья, Дроздова Ксения, Манцагова Виктория, Пояснюк Юлия,

Треугольники: в архитектуре

Треугольники:
при планировке будущих квартир



Треугольники: в кораблях

Треугольники: в самолетах

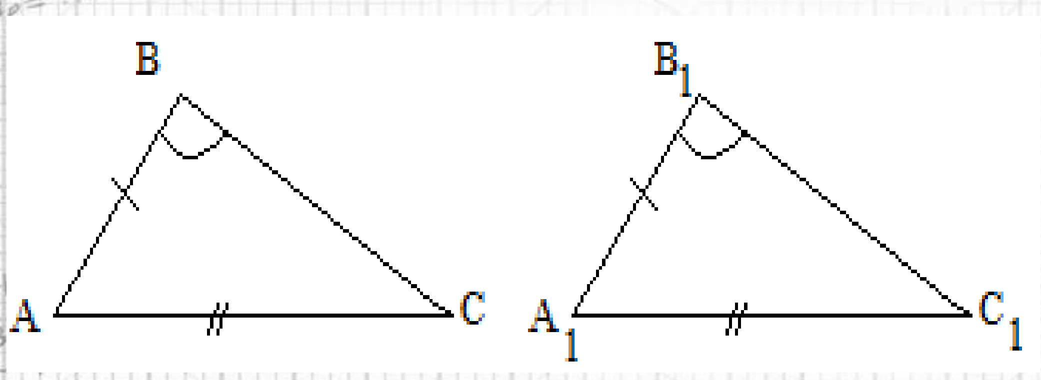
4 признак:

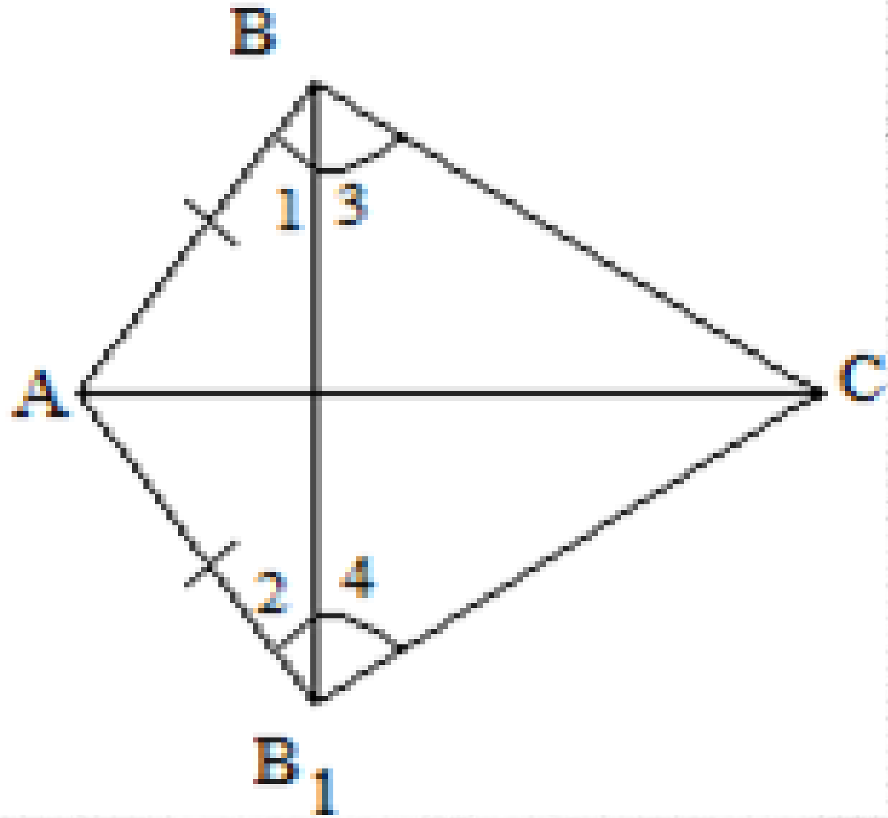
Если две стороны и угол, лежащий против большей из них одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу, лежащему против большей из них другого треугольника, то такие треугольники равны.

Дано: Δ ABC, Δ $A_1B_1C_1$, AB = A_1B_1, AC= A_1C_1.,

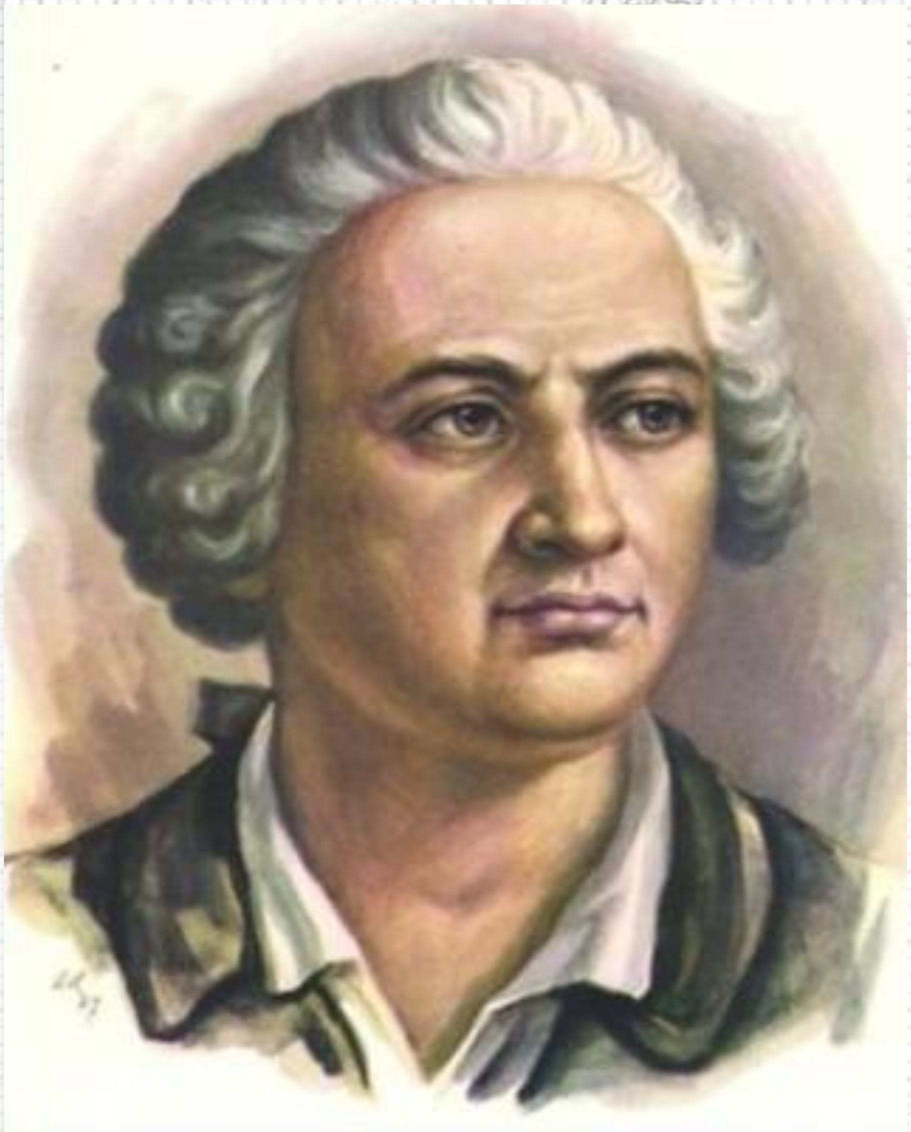
$\angle$ B = $\angle B_1$.

Доказать: Δ ABC = Δ $A_1B_1C_1$.



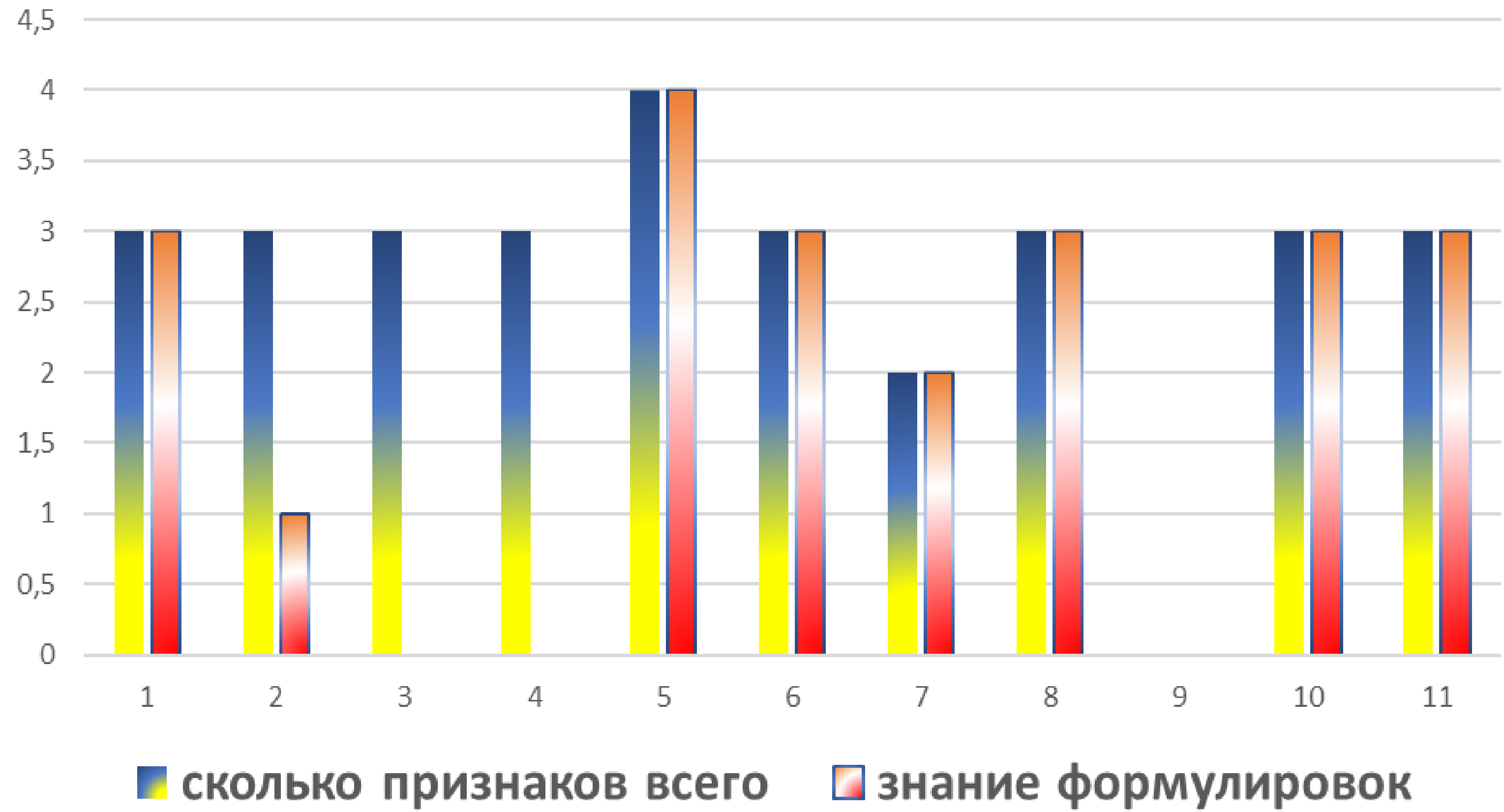


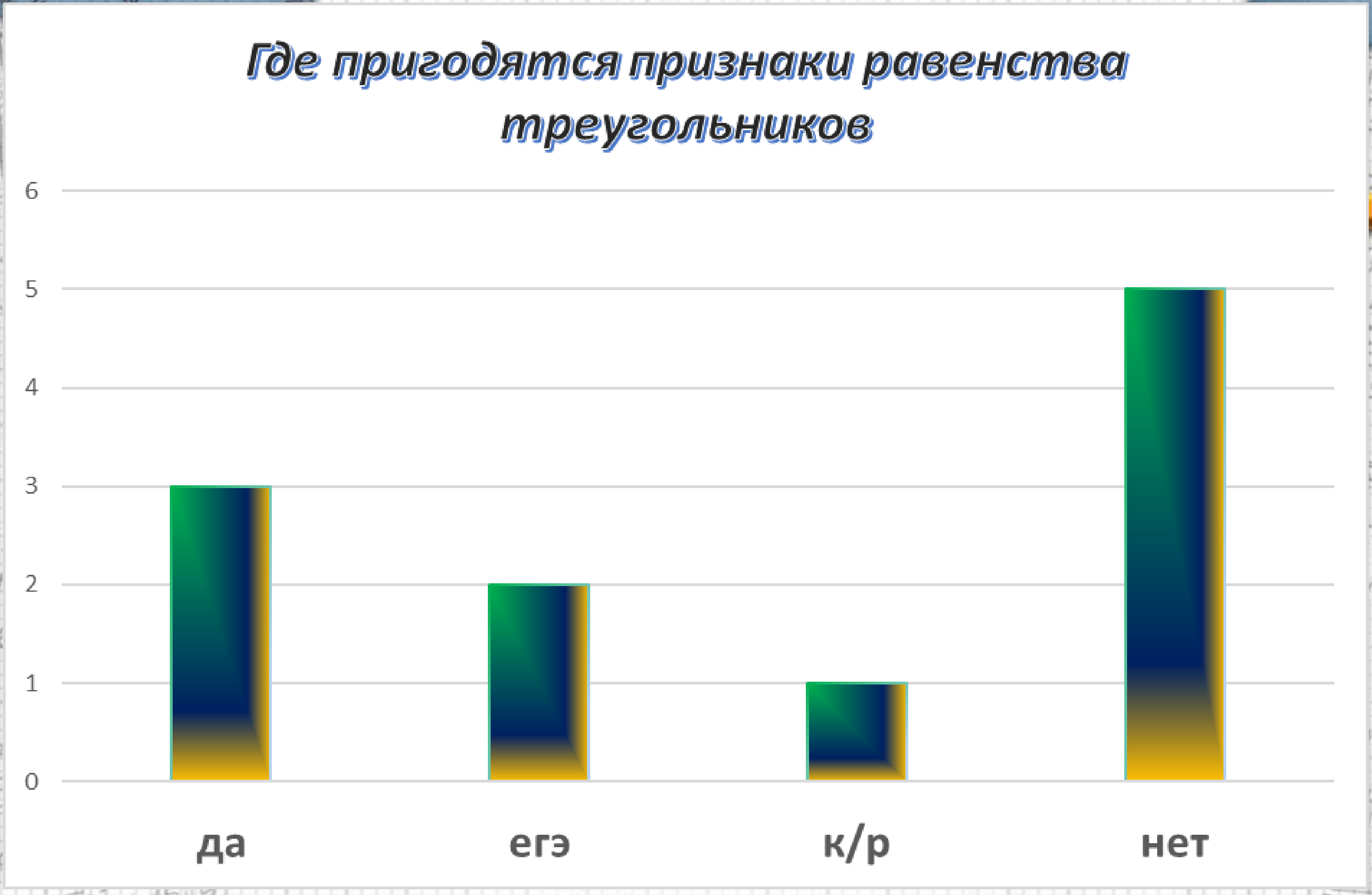
Расположим треугольники так, как на рисунке. Соединим B и B_1, тогда ΔABB_1 – равнобедренный, значит $\angle 1 = \angle 2$. А $\angle 3 = \angle 4$ как остатки равных углов. Получим ΔBCB_1 – равнобедренный, отсюда $BC = B_1C$. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по трем сторонам.



Ломоносов М.В.

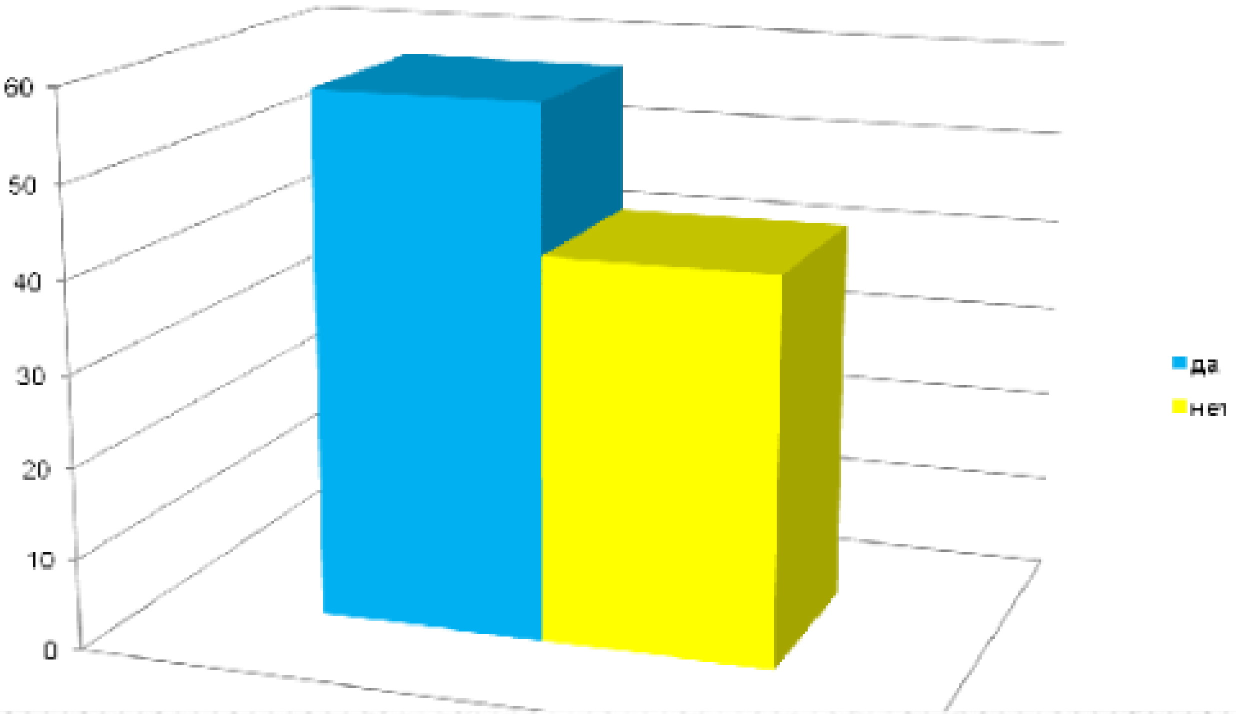
3 основных признака равенства треугольников




Где пригодятся признаки равенства треугольников
6
5
4
3
2
1
0
да
егэ
к/р
нет

2. Хотели бы вы узнать новые признаки равенства треугольников?

А) да Б) нет



Теорема 1

Если угол, сторона, противолежащая этому углу, и высота, опущенная на другую сторону, одного треугольника соответственно равны углу, стороне и высоте другого треугольника, то такие треугольники равны.

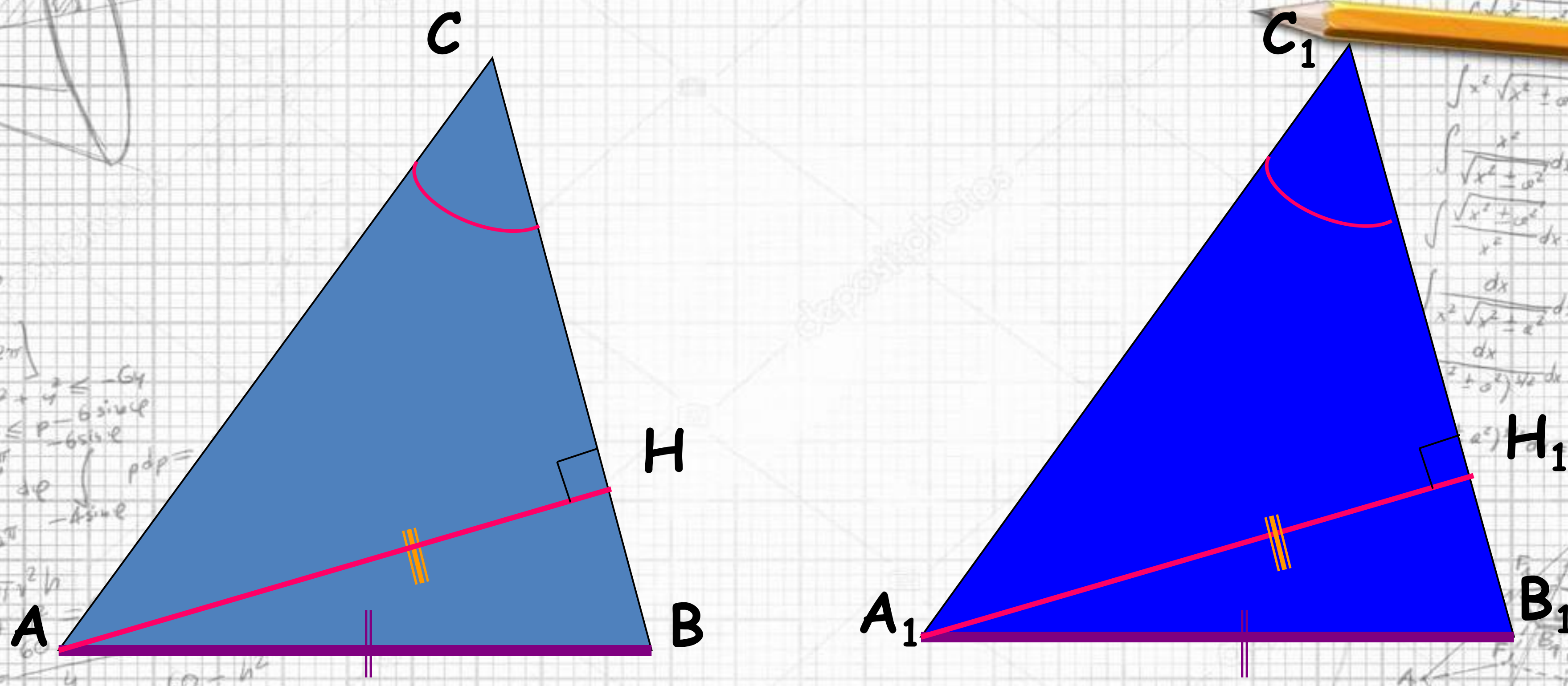
Для доказательства используются признаки равенства прямоугольных треугольников.

Дано: $\triangle$ **ABC и** $\triangle$ $\mathbf{A_1B_1C_1}$,

$\angle C = \angle C_1$, $AB = A_1B_1$,

$AH = A_1H_1$- **высоты.**

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



Доказательство:

Прямоугольные $\triangle$ ABH и $\triangle$ $A_1B_1H_1$ равны по катету и гипотенузе. Значит,

$\angle B = \angle B_1$. Т.к $\angle C = \angle C_1$, имеем равенство $\angle A = \angle A_1$

$\Rightarrow$в $\triangle$ ABC и $\triangle$ $A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$,

$\Rightarrow \angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

=> эти треугольники равны по второму признаку равенства треугольников.

Теорема 2

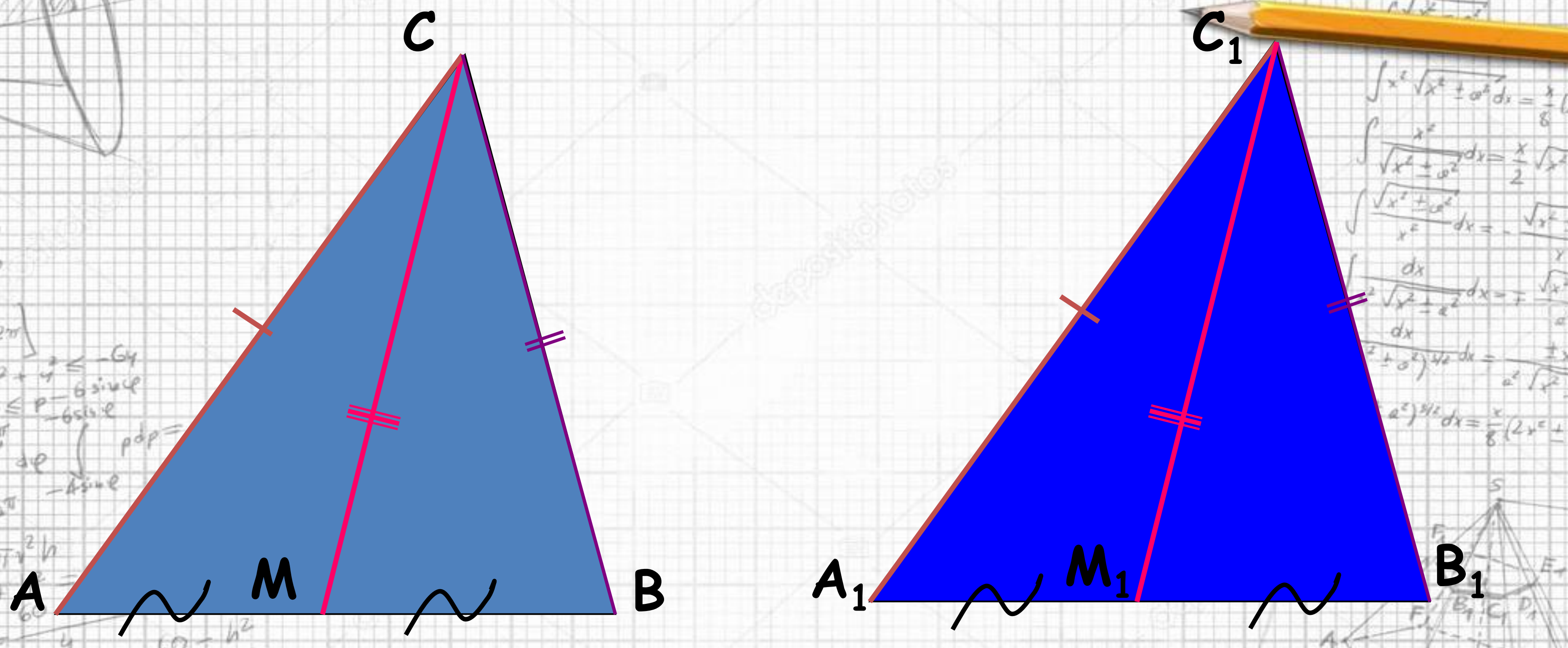
Если две стороны и медиана, заключенная между ними, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и медиане другого треугольника, то такие треугольники равны.

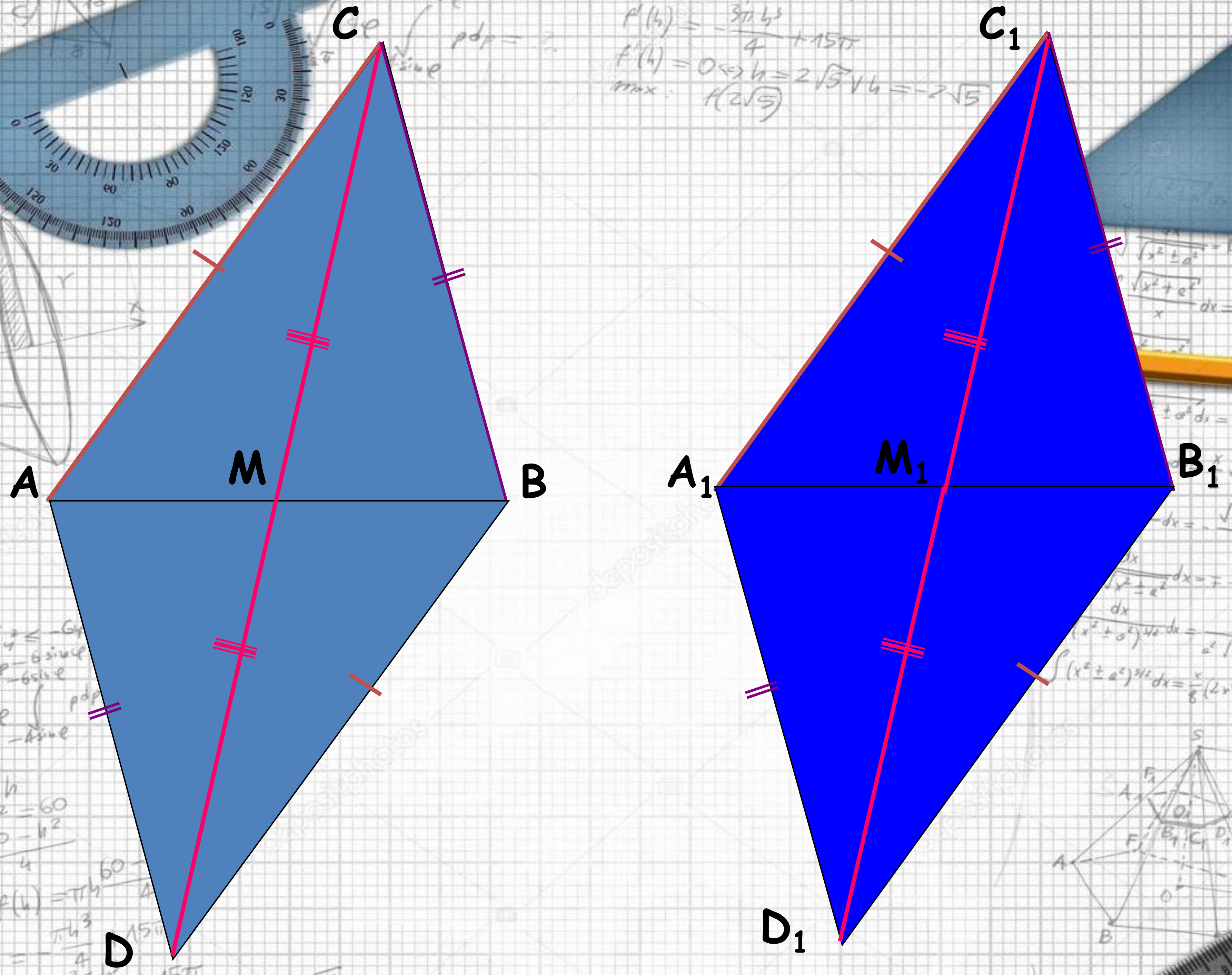
Дано: $\triangle$ ABC и $\triangle$ $A_1B_1C_1$,

$AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$,

$CM = C_1M_1$ - медианы

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$




C
A
M
B
D
C_1
A_1
M_1
B_1
D_1

Доказательство:

Продолжим медианы и отложим отрезки $MD = CM$ и $M_1D_1 = C_1M_1$. Четырехугольники $ACBD$ и $A_1C_1B_1D_1$ — параллелограммы. $\triangle ACD = \triangle A_1C_1D_1$ по трем сторонам => $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$.

Аналогично, $\triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1$ по трем сторонам => $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$.

Значит, $\angle C = \angle C_1$ и $ABC = A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними (по первому признаку равенства треугольников).

Теорема 3

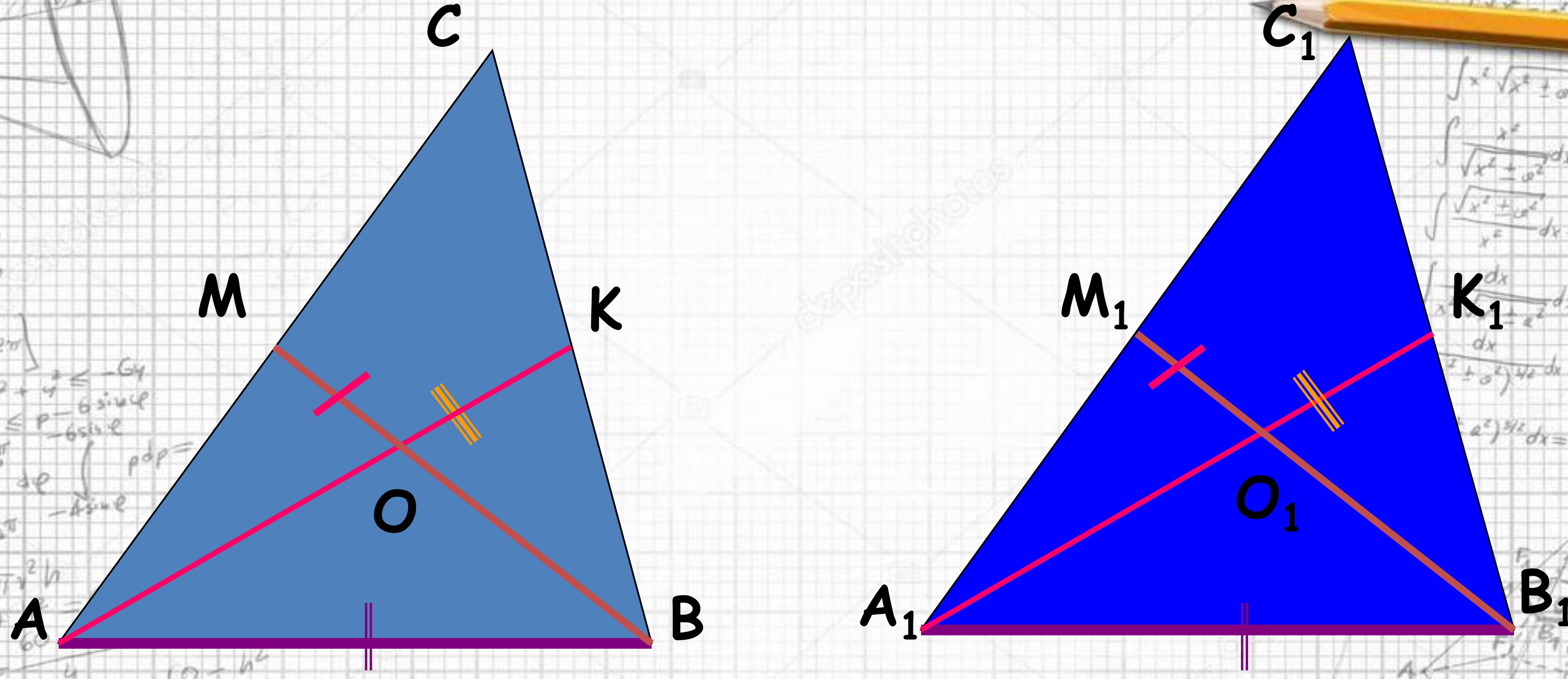
Если сторона и две медианы, проведенные к двум другим сторонам, одного треугольника соответственно равны стороне и двум медианам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Дано: $\triangle$ ABC и $\triangle$ $A_1B_1C_1$,

$AB = A_1B_1$, медианы: $AM = A_1M_1$,

$BK = B_1K_1$.

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



Доказательство:

Точки O и O_1 пересечения медиан данных треугольников делят медианы в отношении 2 : 1, считая от вершины => $\triangle$ ABO =$\triangle$ $A_1B_1O_1$ по трем сторонам => $\angle$ BAO = $\angle$ $B_1A_1O_1$ => $\triangle$ ABM = $\triangle$ $A_1B_1M_1$ равны по двум сторонам и углу между ними. Поэтому $\angle$ ABC = $\angle A_1B_1C_1$.

Аналогично доказывается, что $\angle$ BAC =$\angle B_1A_1C_1$.

Таким образом, треугольники $\triangle$ ABC и $\triangle$ $A_1B_1C_1$ равны по стороне и двум прилежащим к ней углам. Следовательно, $\triangle$ABC = $\triangle A_1B_1C_1$ равны по второму признаку равенства треугольников.

Теорема 4

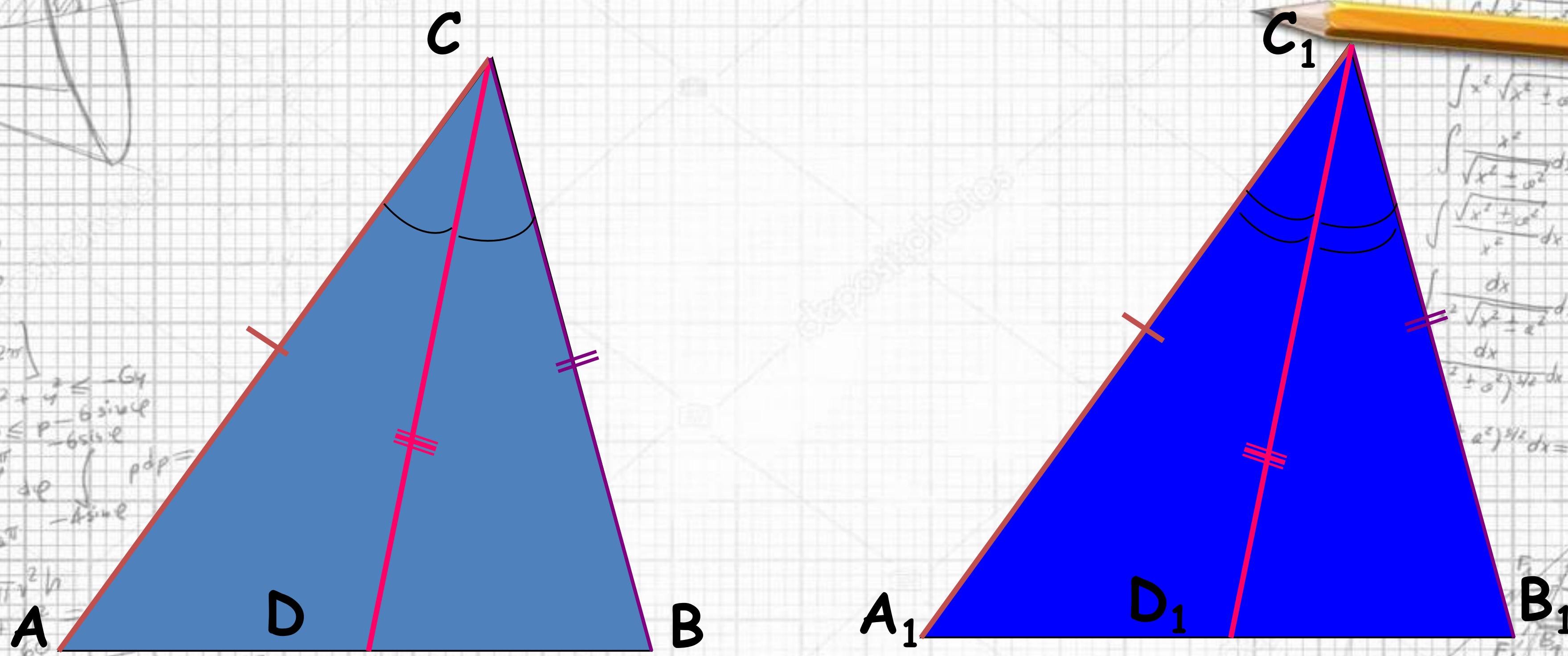
Если две стороны и биссектриса, заключенная между ними, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и биссектрисе, заключенной между ними, другого треугольника, то такие треугольники равны.

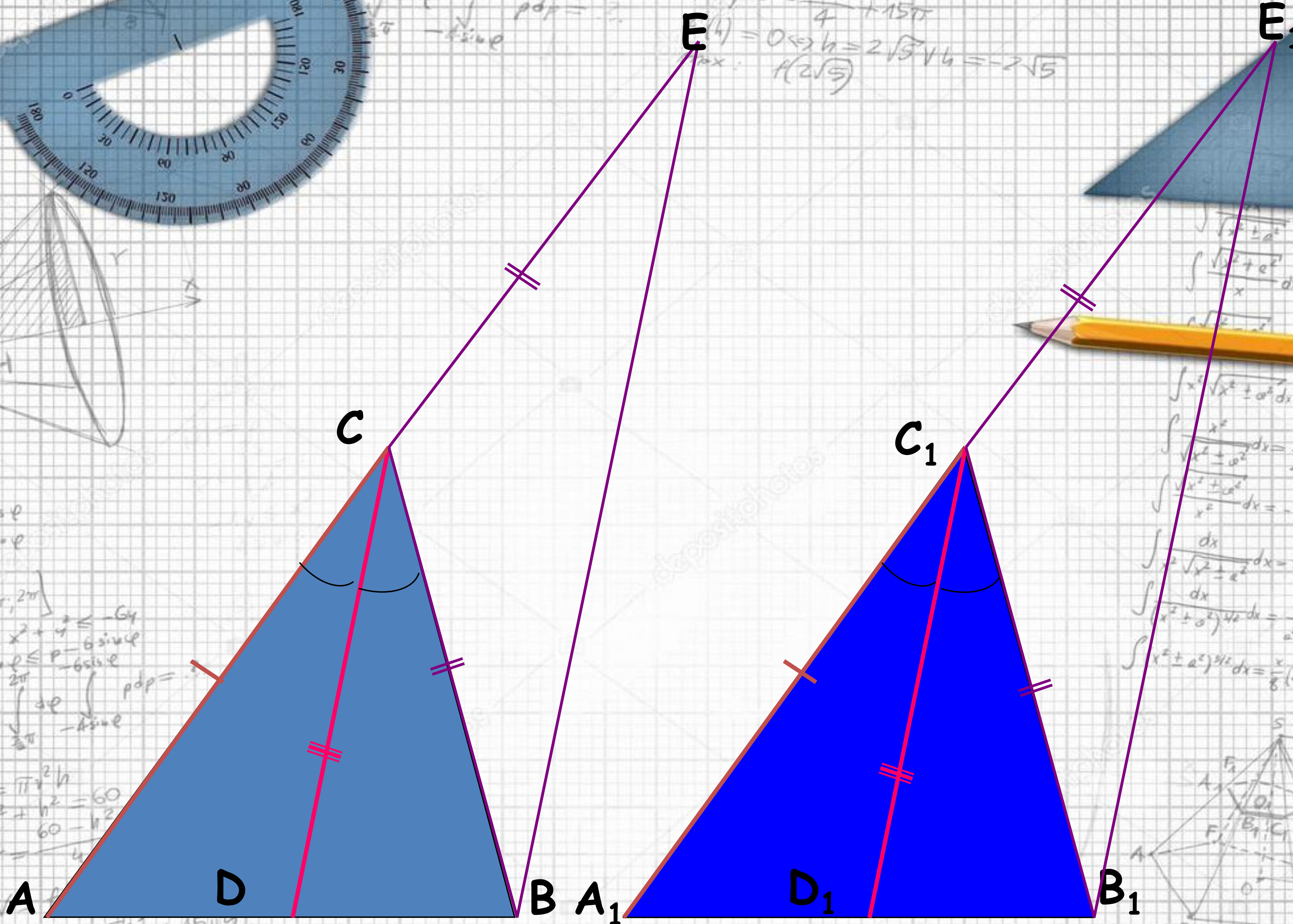
Дано: $\triangle$ ABC и $\triangle$ $A_1B_1C_1$,

$AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$,

$CD = C_1D1$- биссектрисы.

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$





E
C
A
D
B
E1
C1
A1
D1
B1

Доказательство:

Продолжим стороны AC и A_1C_1 и отложим на их продолжениях отрезки CE = BC и $C_1E_1 = B_1C_1$.

Тогда $BE = CD\frac{AE}{AC}$, $B_1E_1 = C_1D_1\frac{A_1E_1}{A_1C_1}$

$\triangle BCE = \triangle B_1C_1E_1$ по трем сторонам. Значит, $\angle E = \angle E_1$ и $BE = B_1E_1$.

$\triangle ABE = \triangle A_1B_1E_1$ по двум сторонам и углу между ними. Значит, $AB = A_1B_1$.

Таким образом, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по трем сторонам (3 признак равенства треугольников).

Теорема 5

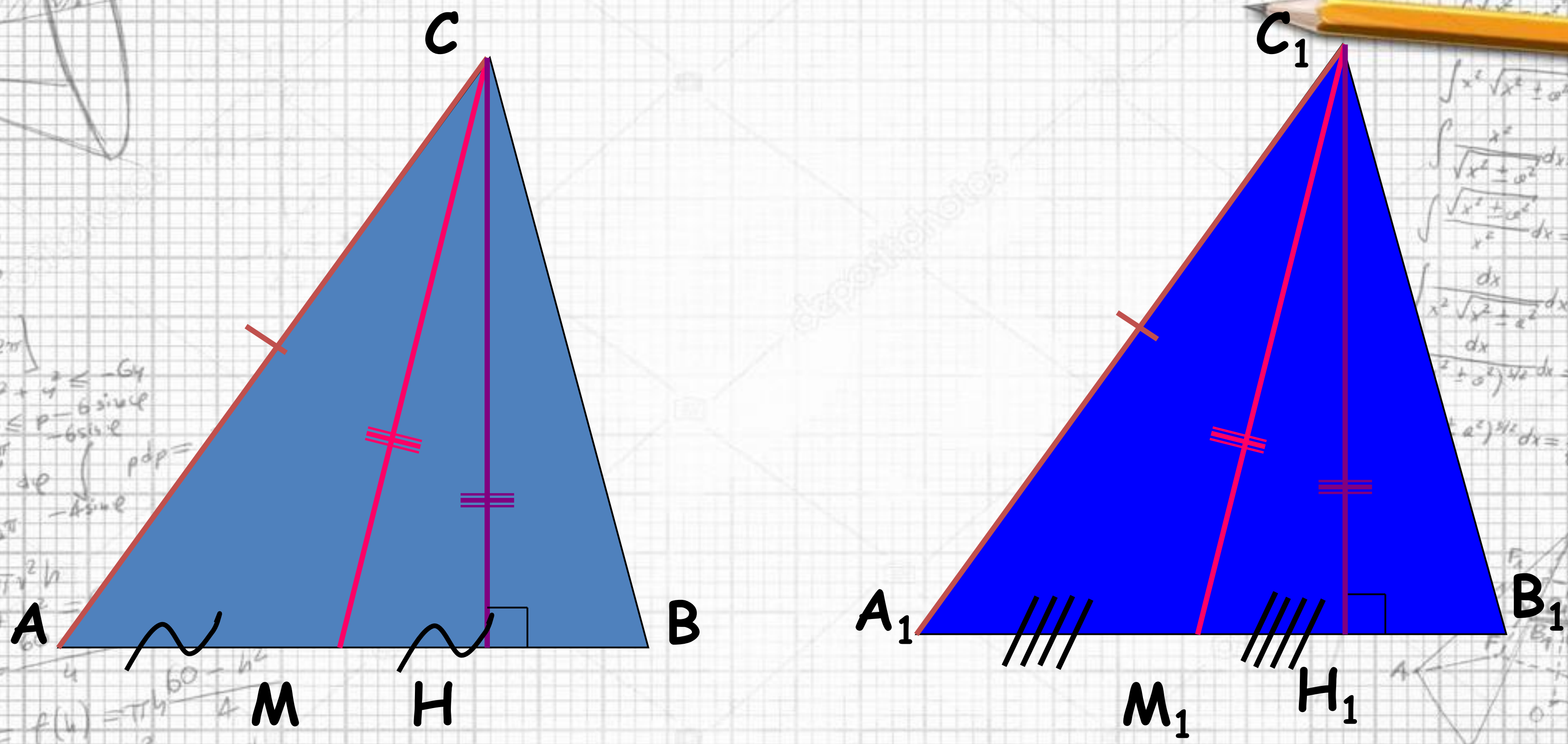
Два треугольника равны, если сторона, медиана и высота, проведенные к другой стороне, одного треугольника соответственно равны стороне, медиане и высоте другого треугольника.

Дано: $\triangle$ ABC и $\triangle$ $A_1B_1C_1$,

$AC = A_1C_1$, $CM = C_1M_1$ - медианы,

$CH = C_1H_1$ высоты.

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



Доказательство:

Прямоугольные $\triangle$ ACH = $\triangle A_1C_1H_1$ по гипотенузе и катету => $\angle$ A = $\angle A_1$ и

AH = A_1H_1. Прямоугольные треугольники

$\triangle$ CMH =$\triangle$ $C_1M_1H_1$ по гипотенузе и катету. => MH = M_1H_1, откуда AM = A_1M_1, => AB = A_1B_1. Таким образом, $\triangle$ ABC= $\triangle A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними (по первому признаку равенства треугольников).

Теорема 6

Два треугольника равны, если медиана и два угла на которые делит угол медиана, одного треугольника соответственно равны медиане и двум углам, на которые делит медиана угол другого треугольника.

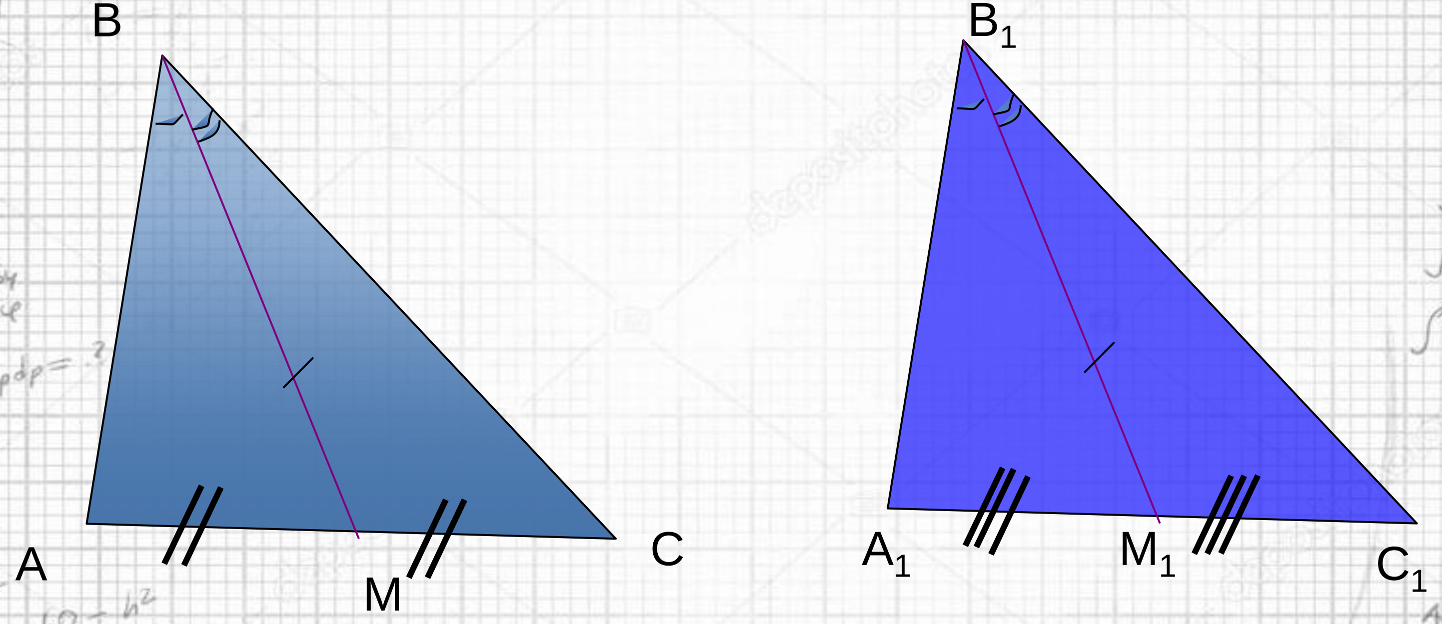
Дано: $\triangle$ **ABC и $\triangle$ $A_1B_1C_1$,**

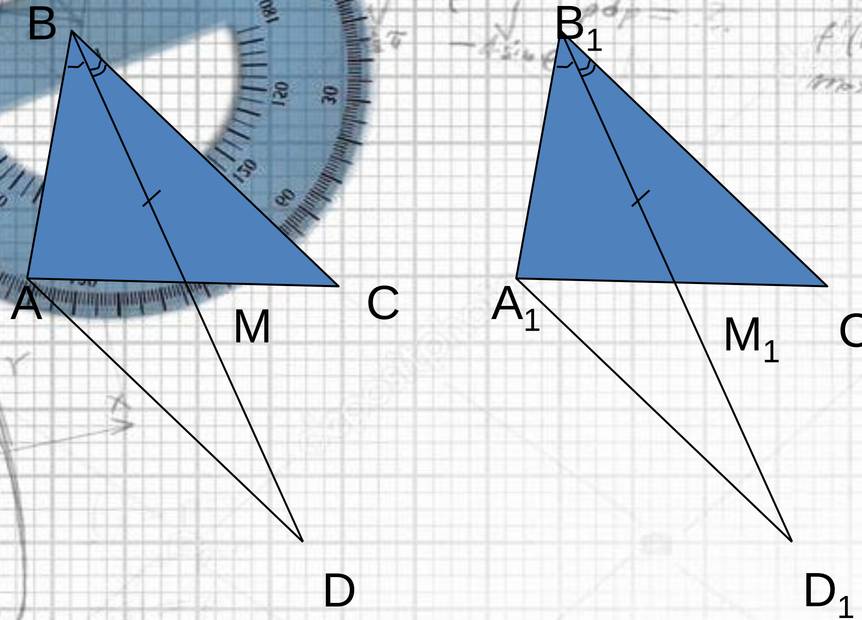
$BM=B_1M_1$- медианы,

$\angle ABM = \angle A_1B_1M_1$,

$\angle CBM = \angle C_1B_1M_1$.

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$





Доказательство:

В данных треугольниках удвоим медианы BM=MD и $B_1M_1=M_1D_1$.

1. $\Delta AMD = \Delta CMB$, $\Delta A_1M_1D_1 = \Delta C_1M_1B_1$ (по 1 признаку)

Из равенства этих треугольников следуют равенства: $AD=BC$, $A_1D_1=B_1C_1$ и $\angle ADM = \angle CBM$, $\angle A_1D_1M_1 = \angle C_1B_1M_1$

2. $\Delta ABD = \Delta A_1B_1D_1$ (по 2 признаку)

Из равенства этих треугольников следуют равенства: $AB=A_1B_1$, а значит, $BC=AD=B_1C_1=A_1D_1$

3. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ (по первому признаку равенства треугольников)

Теорема 7

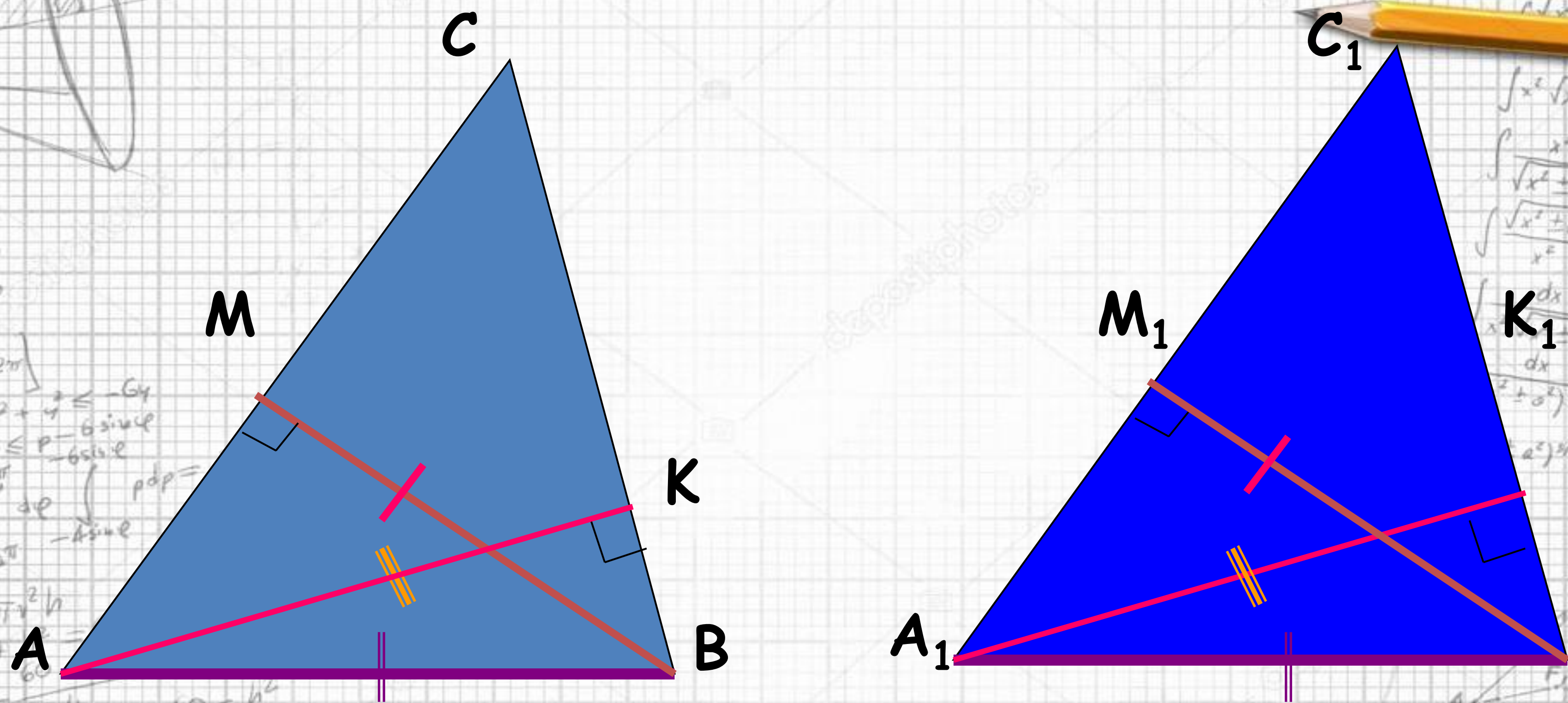
Два треугольника равны, если сторона, и две высоты, опущенные на две другие стороны, одного треугольника соответственно равны стороне и двум высотам, опущенным на две другие стороны другого треугольника.

Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$,

$AB = A_1B_1$, $AM = A_1M_1$ – высоты,

$BK = B_1K_1$ – высоты.

Доказать: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



Доказательство:

Из равенства прямоугольных треугольников $\triangle$ AMB = $\triangle$ $A_1M_1B_1$, $\triangle$ BKA = $\triangle B_1K_1A_1$ (по катету и гипотенузе) следует равенство углов: $\angle$ BAC = $\angle$ $B_1A_1C_1$,

$\angle$ ABC = $\angle$ $A_1B_1C_1$.

=> $\triangle$ ABC = $\triangle$ $A_1B_1C_1$ по стороне (AB = A_1B_1) и двум прилежащим к ней углам (по второму признаку равенства треугольников).

Проект учеников 7 «В» класса

«Дополнительные признаки равенства треугольников»

Выполнили работу:

Тян Тимур, Дроздова Ксения,

Новикова Ульяна, Манцагова Виктория,

Мартыненко Дарья, Пояснюк Юлия,